



DECSAI

Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.

Universidad de Granada



Optimización de carteras

Análisis y Diseño de Algoritmos

Optimización de carteras



PROBLEMA

Queremos gestionar una cartera de inversión pero no sabemos cómo repartir nuestra inversión entre distintos tipos de activos.

La optimización de carteras [portfolio optimization] es el proceso de seleccionar la mejor distribución de activos; esto es, la mejor cartera del conjunto de carteras consideradas de acuerdo con algún objetivo...



Activos de nuestra cartera



Tipo	Activo	Instrumento (ETF)
Acciones	S&P 500	CSPX, SPY, VUSD...
Acciones	Compañías tecnológicas	XLK, IYW, QQQ...
Bonos	Bonos del Tesoro USA	GOVT, TLT...
Materias primas	Oro (como activo refugio)	GLD, IAU...



Activos de nuestra cartera



Acciones en el S&P 500: CSPX

iShares Core S&P 500 UCITS ETF



	CSPX	S&P500
Retorno	203%	158%
Anualizado	11.73%	9.95%
Drawdown	-33.90%	-33.92%
Volatilidad	16.07%	17.73%



Activos de nuestra cartera



Acciones tecnológicas: XLK

Technology Select Sector SPDR Fund



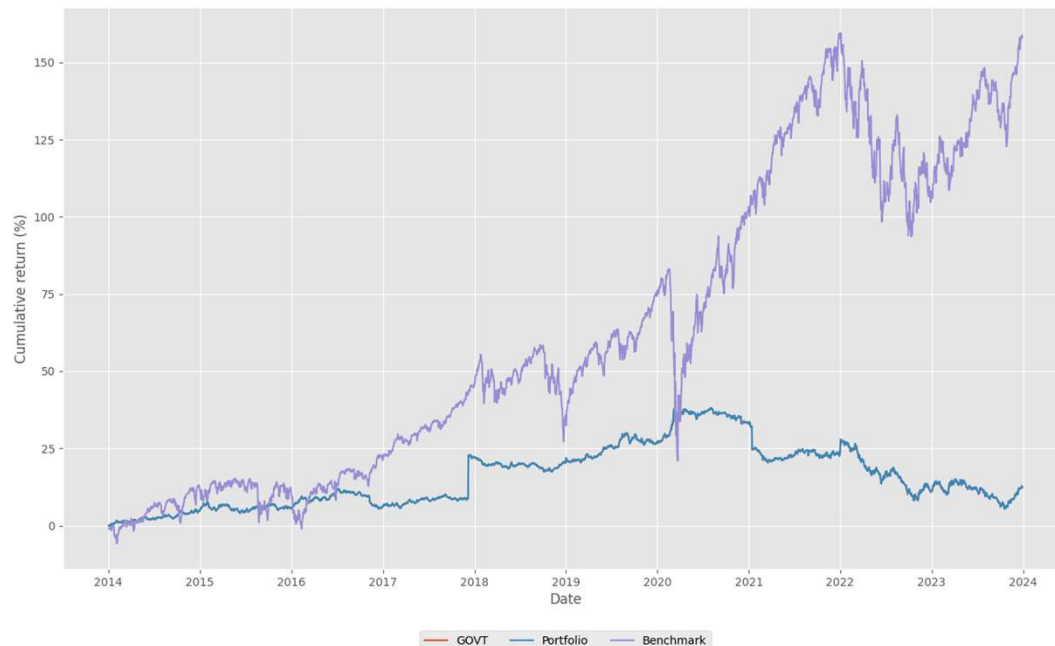
	XLK	S&P500
Retorno	517%	158%
Anualizado	19.96%	9.95%
Drawdown	-33.56%	-33.92%
Volatilidad	23.21%	17.73%



Activos de nuestra cartera



Bonos del Tesoro USA: GOVT iShares U.S. Treasury Bond ETF



	GOVT	S&P500
Retorno	12.43%	158%
Anualizado	1.18%	9.95%
Drawdown	-23.67%	-33.92%
Volatilidad	6.70%	17.73%



Activos de nuestra cartera



Materias primas – Oro: GLD

Gold SPDR ETF/ETC



	GLD	S&P500
Retorno	64.63%	158%
Anualizado	5.11%	9.95%
Drawdown	-24.49%	-33.92%
Volatilidad	14.03%	17.73%



Activos de nuestra cartera



Retorno por años

Año	S&P500	CSPX	XLK	GOVT	GLD
2014	11.39%	15.11%	17.84%	4.73%	-2.19%
2015	-0.73%	0.51%	5.47%	0.88%	-10.67%
2016	9.54%	11.42%	15.01%	0.61%	8.03%
2017	18.42%	21.75%	33.07%	15.14%	11.93%
2018	-7.01%	-5.18%	-2.88%	-1.44%	-3.12%
2019	28.88%	30.45%	49.86%	5.23%	17.86%
2020	16.26%	17.62%	43.62%	5.01%	24.81%
2021	26.89%	29.35%	34.74%	-6.69%	-4.15%
2022	-19.44%	-18.72%	-27.73%	-10.61%	-0.77%
2023	24.73%	26.74%	57.51%	0.88%	11.76%
Total	158.06%	203.23%	517.04%	12.43%	64.63%



Estrategias de inversión



Nos gustaría elegir, en cada momento, cómo seleccionar la combinación de activos más adecuada:

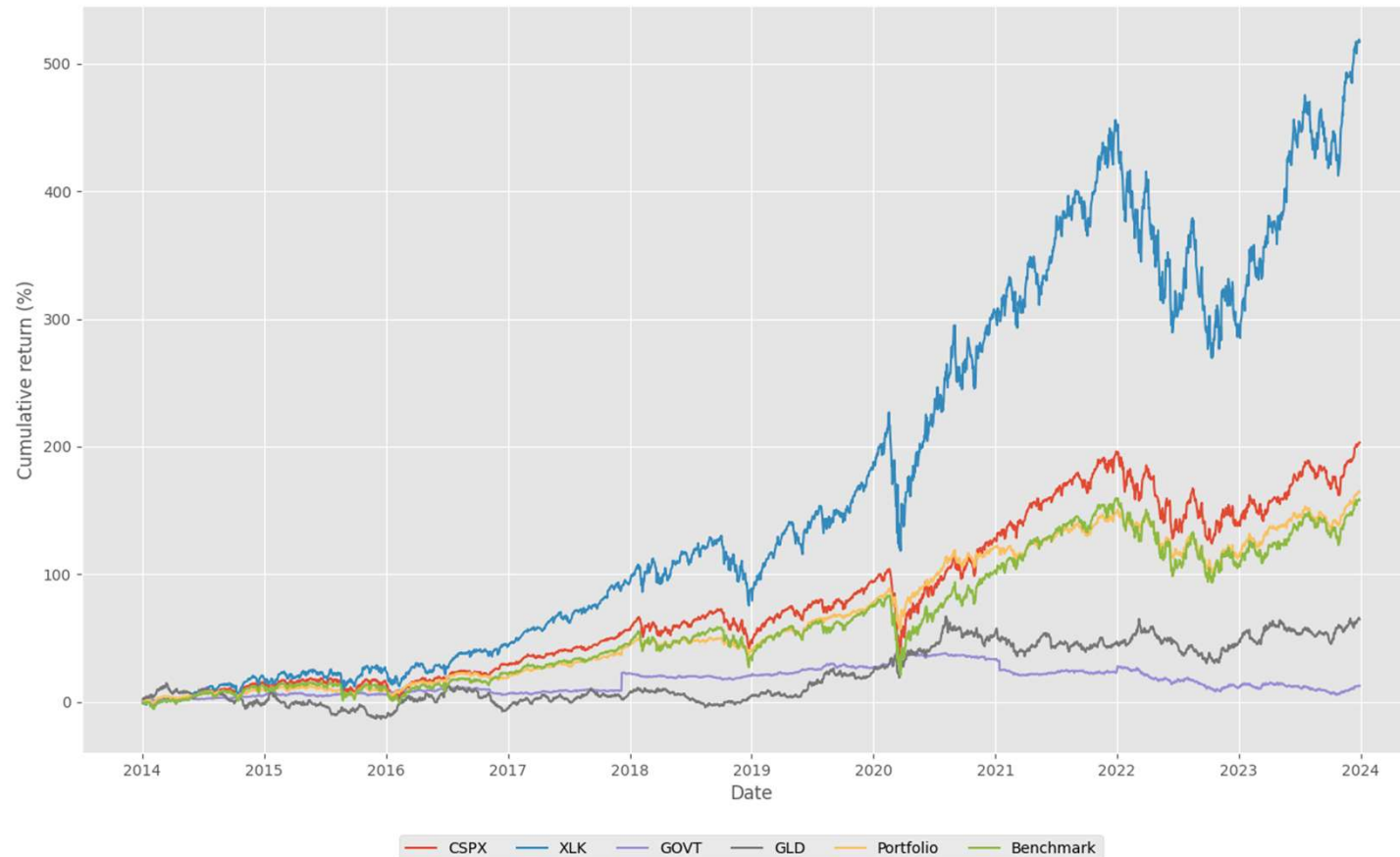
- Estrategia perfecta (disponemos de una bola de cristal que nos permite adivinar el futuro). **Poco realista ;-)**
- Momento (cada año, invertimos en el activo que mayor retorno obtuvo el año anterior).
Riesgo demasiado concentrado
- Reparto equitativo (el mismo porcentaje en cada tipo de activo considerado para repartir el riesgo).



Estrategias de inversión



Reparto equitativo (25% en cada activo)



Estrategias de inversión



Simulación [backtesting]...

Año	S&P500	Mejor	Momento	1/N
2014	11.39%	17.84%	15.11%	9.08%
2015	-0.73%	5.47%	5.47%	-0.49%
2016	9.54%	15.01%	15.01%	9.35%
2017	18.42%	33.07%	33.07%	20.65%
2018	-7.01%	-1.44%	-2.88%	-2.42%
2019	28.88%	49.86%	5.23%	25.51%
2020	16.26%	43.62%	43.62%	25.17%
2021	26.89%	34.74%	34.74%	12.46%
2022	-19.44%	-0.77%	-27.73%	-13.88%
2023	24.73%	57.51%	11.76%	23.18%
Total	158.06%	749.74%	196.80%	164.46%



Estrategias de inversión



Simulación [backtesting]...

	Momento	S&P500
Retorno	197%	158%
Anualizado	11.36%	9.95%
Drawdown	-34.00%	-33.92%
Volatilidad	21.30%	17.73%

Usando momentos:

- Invertimos en tecnología (2015-2018, 2020-2022), S&P500 (2014), bonos (2019) y oro (2023).
- El retorno es algo mejor que el del S&P500 (en 5 de los 10 años seleccionamos el mejor activo) pero concentramos demasiado el riesgo, perdemos oportunidades (2019 y 2023) y sufrimos pérdidas excesivas (2022).

Posiblemente nos habríamos quedado sin trabajo como gestores de un fondo de inversión...



Estrategias de inversión



Simulación [backtesting]...

	1/N	S&P500
Retorno	164%	158%
Anualizado	10.22%	9.95%
Drawdown	-19.61%	-33.92%
Volatilidad	9.34%	17.73%

Usando reparto equitativo:

- Invertimos siempre en lo mismo y en las mismas proporciones.
- Evitamos pérdidas pronunciadas en 2022 reduciendo la volatilidad y el drawdown máximo, pero no parece que aprovechemos demasiado las oportunidades...

No parece que aportemos demasiado valor como gestores de un fondo de inversión...



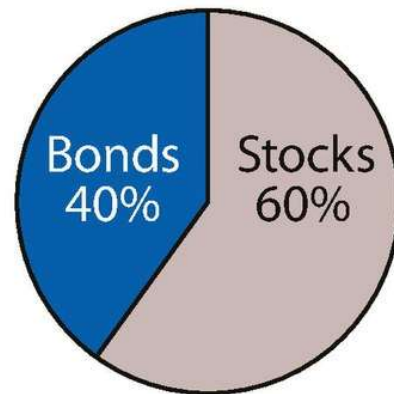
Optimización de carteras



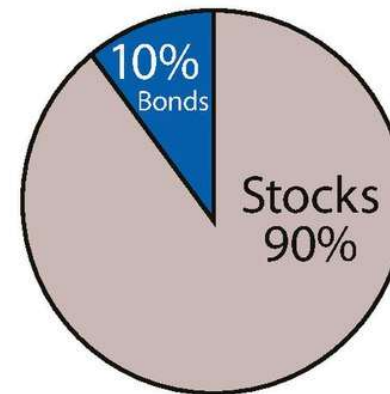
En una cartera tradicional (p.ej. 60/40),
el riesgo se concentra demasiado en ciertos activos...

Traditional Portfolio

Asset Allocation



Risk Allocation



Optimización de carteras



Risk-parity [paridad de riesgo]

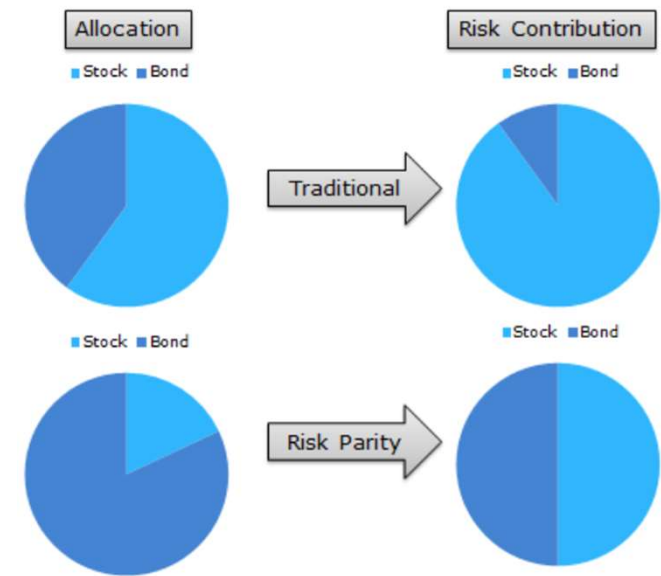
En lugar de asignar activos en función del capital, $w_i = 1/n$, lo hacemos en función del riesgo:

- Volatilidad inversa

$$w_i = \frac{1/\sigma_i}{\sum_j 1/\sigma_j}$$

- Varianza inversa
[IVP: Inverse Variance Portfolio]

$$w_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_j 1/\sigma_j^2}$$



Estrategias de inversión



Simulación [backtesting]...

Asumiendo que calculamos a la perfección la volatilidad, nuestra cartera se repartiría como sigue:

	CSPX	XLK	GOVT	GLD
IVol	19%	13%	46%	22%
IVP	12%	6%	67%	15%

	Retorno
S&P500	158%
Momento	197%
1/N	164%
1/Vol	97%
IVP	61%



Optimización de carteras



En términos generales,
nos gustaría maximizar el retorno de nuestra cartera
pero controlando el riesgo
(reduciendo drawdown y volatilidad):

MPT [Modern Portfolio Theory]
= Mean-variance Analysis

Harry Markovitz (1952), Nobel de Economía en 1990

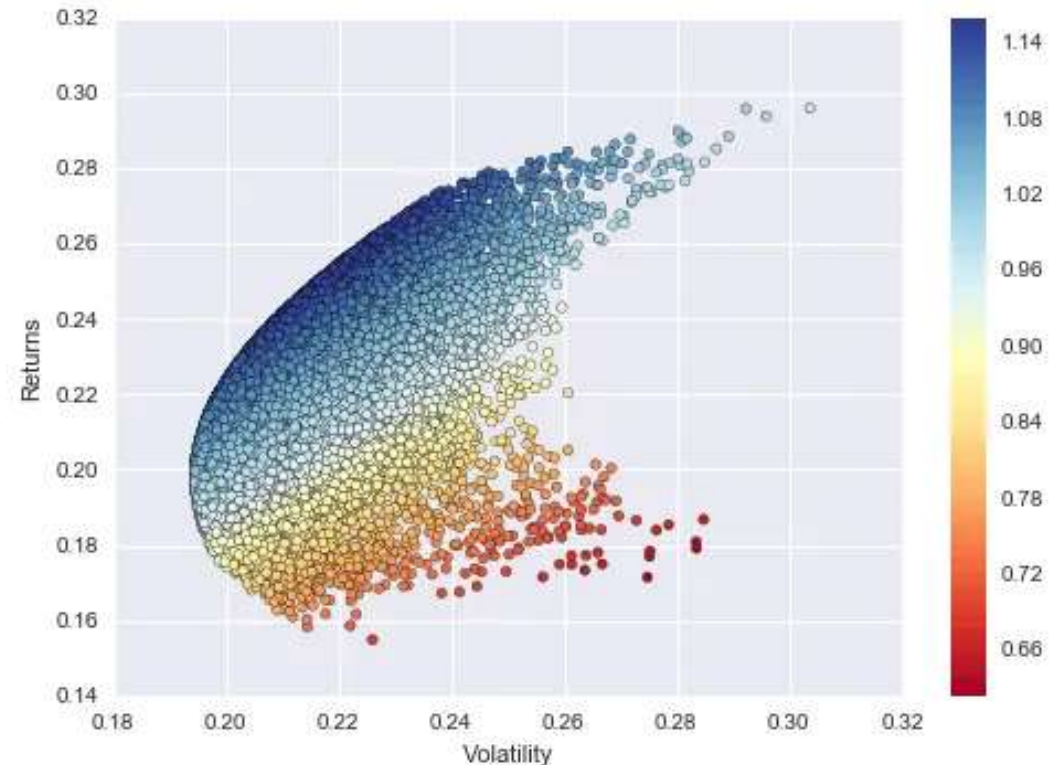
Modelo matemático
para construir una cartera de activos
que maximiza el retorno esperado
dado un nivel de riesgo dado.



MPT [Modern Portfolio Theory]

Frontera eficiente de Markovitz

Frontera de Pareto en un problema de optimización multiobjetivo



NOTA

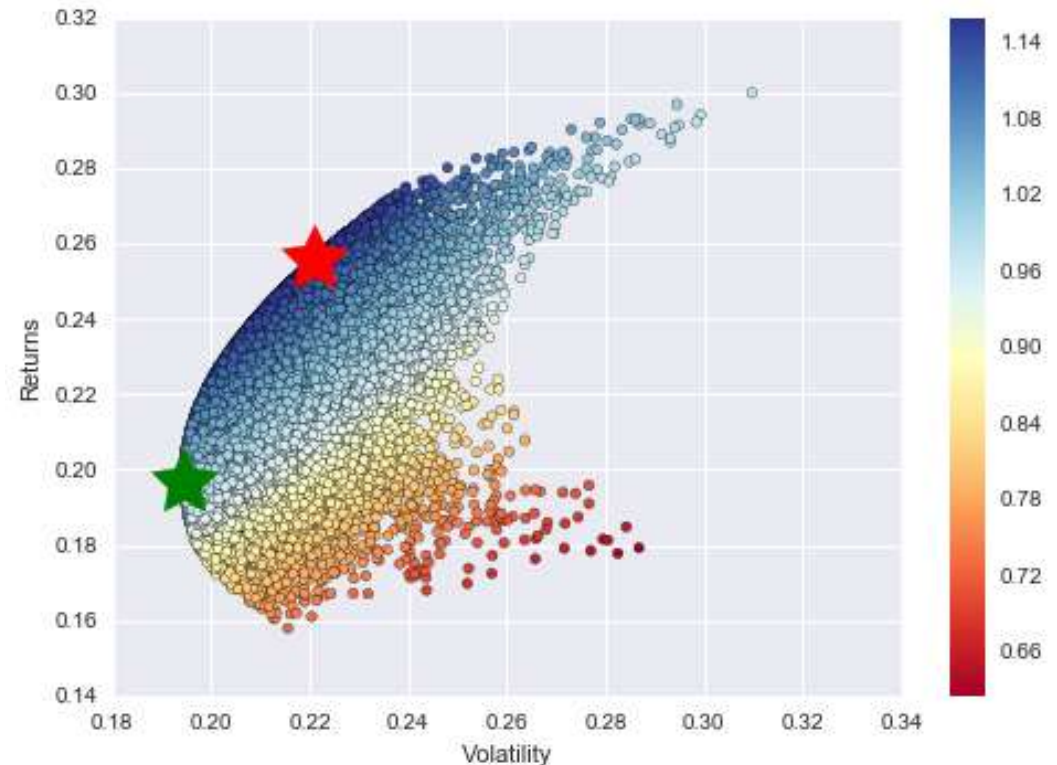
Color en función del ratio de Sharpe (retorno/volatilidad)



MPT [Modern Portfolio Theory]

Selección de carteras

- Mayor ratio de Sharpe (en rojo)
- Menor volatilidad (en verde)



¿Cómo se calculan?

Resolviendo un problema de optimización que tiene en cuenta los retornos esperados y las correlaciones entre activos (matriz de covarianza).



MPT [Modern Portfolio Theory]

Simulación [backtesting]...

Asumiendo que calculamos a la perfección la volatilidad, nuestra cartera se repartiría como sigue:

	CSPX	XLK	GOVT	GLD
MPT Risk	14%	0%	55%	31%
MPT Sharpe	23%	27%	28%	22%

	Retorno
S&P500	158%
Momento	197%
1/N	164%
1/Vol	97%
IVP	61%
MPT Risk	51%
MPT Sharpe	164%



MPT [Modern Portfolio Theory]

Problemas

- Inestabilidad:
Errores numéricos inevitables
al invertir la matriz de covarianza
(cuando existen correlaciones entre activos).
- Concentración:
Para minimizar el riesgo, no se diversifica lo suficiente.
- Bajo rendimiento.



HRP [Hierarchical Risk Parity]



the journal of
PORTFOLIO
management

Building Diversified Portfolios that Outperform Out of Sample

Marcos López de Prado

The Journal of Portfolio Management Summer 2016, 42 (4) 59-69; DOI:
<https://doi.org/10.3905/jpm.2016.42.4.059>

IDEA

Las correlaciones entre activos nos permiten ordenarlos.

La ordenación de los activos nos da una matriz de covarianza casi diagonal y, en una matriz de covarianza diagonal, la cartera de mínima varianza es la cartera de varianza inversa (IVP: Inverse Variance Portfolio).



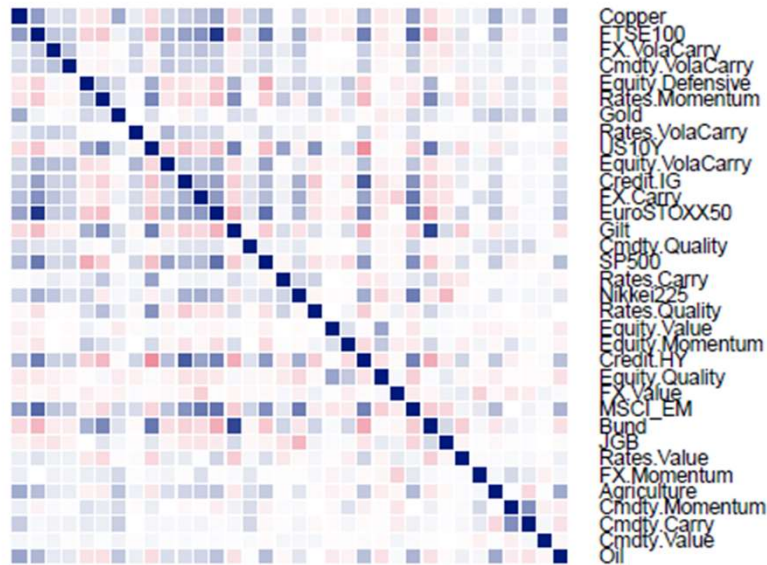
HRP [Hierarchical Risk Parity]



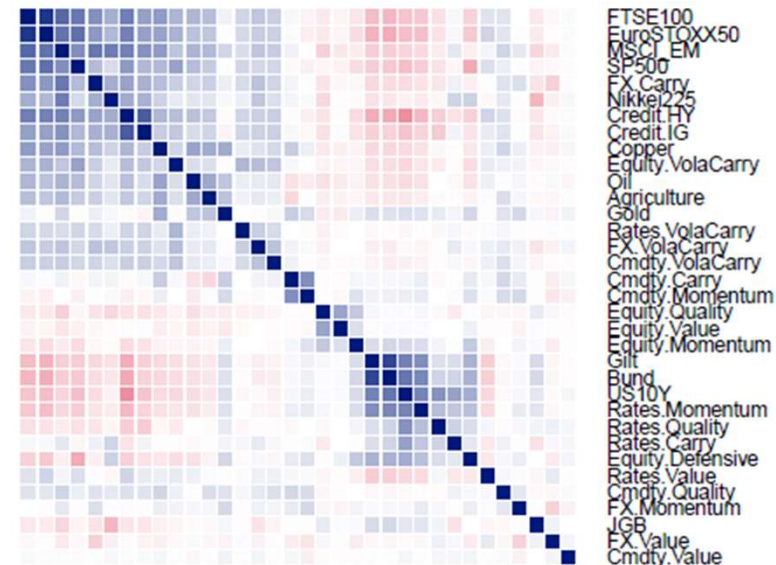
Matriz de correlación entre activos

Antes de la ordenación

Después de la ordenación



Assets listed on the left side of the heatmap (top to bottom):
Copper, FTSE100, FX.VolaCarry, Cmnty.VolaCarry, Equity.Defensive, Rates.Momentum, Gold, Rates.VolaCarry, US10Y, Equity.VolaCarry, Credit.IG, FX.Carry, EuroSTOXX50, Gilt, Cmnty.Quality, SP500, Rates.Carry, Nikkei225, Rates.Quality, Equity.Value, Equity.Momentum, Credit.HY, Equity.Quality, FX.Value, MSCI.EM, Bund, JGB, Rates.Value, FX.Momentum, Agriculture, Cmnty.Momentum, Cmnty.Carry, Cmnty.Value, Oil



Assets listed on the left side of the heatmap (top to bottom):
FTSE100, EuroSTOXX50, MSCI.EM, SP500, FX.Carry, Nikkei225, Credit.HY, Credit.IG, Copper, Equity.VolaCarry, Oil, Agriculture, Gold, Rates.VolaCarry, FX.VolaCarry, Cmnty.VolaCarry, Cmnty.Carry, Cmnty.Momentum, Equity.Quality, Equity.Value, Equity.Momentum, Gilt, Bund, US10Y, Rates.Momentum, Rates.Quality, Rates.Carry, Equity.Defensive, Rates.Value, Cmnty.Quality, FX.Momentum, JGB, FX.Value, Cmnty.Value



HRP [Hierarchical Risk Parity]



Algoritmo "divide y vencerás"

Bisección recursiva

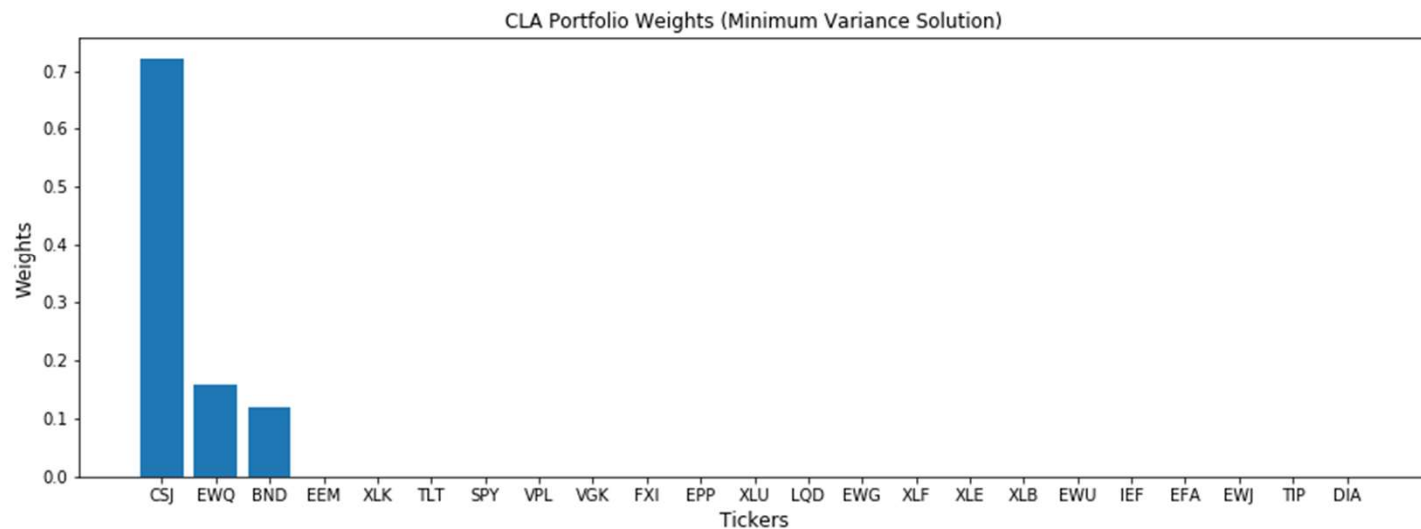
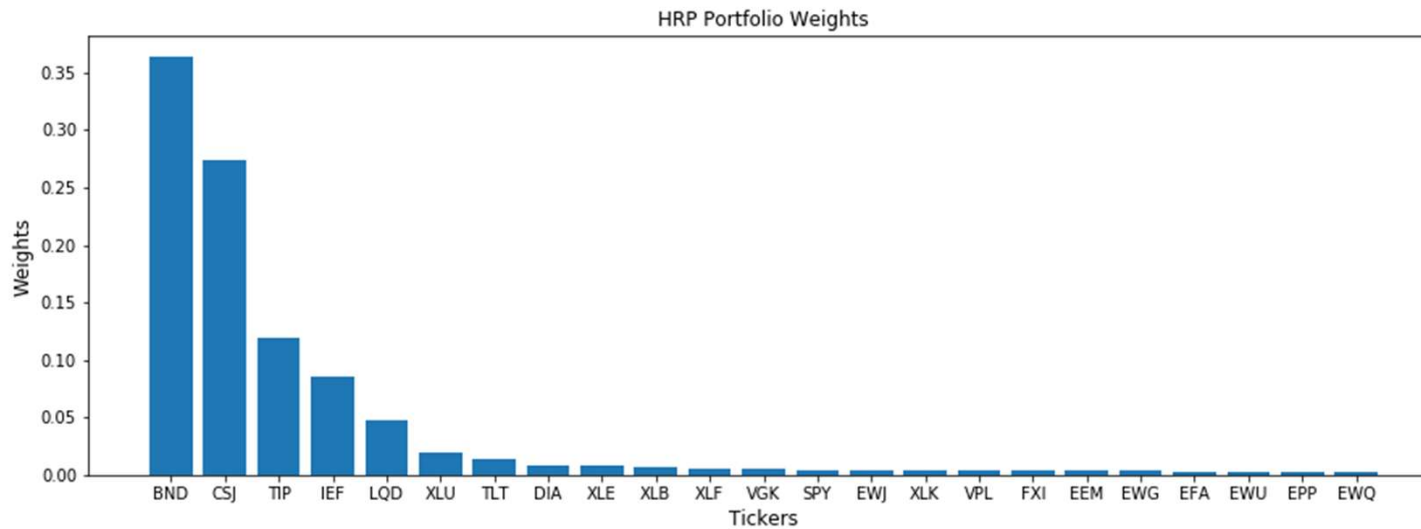
- Dividimos el conjunto ordenado de activos en dos mitades, L y R.
- Aplicamos recursivamente el algoritmo a los activos de L y R.
 - CASO BASE:
Cuando tenemos un único activo, su peso es 1 en la cartera.
- Calculamos la varianza de L y R.
- Asignamos pesos a los activos de L y R utilizando el criterio de varianza inversa [IVP].



HRP [Hierarchical Risk Parity]



Resultado: Menor concentración que otros métodos



HRP [Hierarchical Risk Parity]



¿Por qué no usar directamente el criterio IVP?

- IVP tiene en cuenta las varianzas de todos los activos considerados (estén o no relacionados con el activo para el que queremos decidir su peso en la cartera).
- HRP sólo tiene en cuenta activos “cercanos” para asignar pesos a cada activo.
- Los gestores de fondos suelen agrupar activos en categorías (liquidez, tamaño, industria, región...) y sólo los activos de una misma categoría compiten entre sí en el proceso de asignación de pesos.



HRP [Hierarchical Risk Parity]



Simulación [backtesting]...

Asumiendo que calculamos a la perfección la volatilidad, nuestra cartera se repartiría como sigue:

	CSPX	XLK	GOVT	GLD
MPT Risk	14%	0%	55%	31%
MPT Sharpe	23%	27%	28%	22%
HRP Bisección	10%	5%	69%	16%

	Retorno
S&P500	158%
Momento	197%
1/N	164%
1/Vol	97%
IVP	61%
MPT Risk	51%
MPT Sharpe	164%
HRP	49%

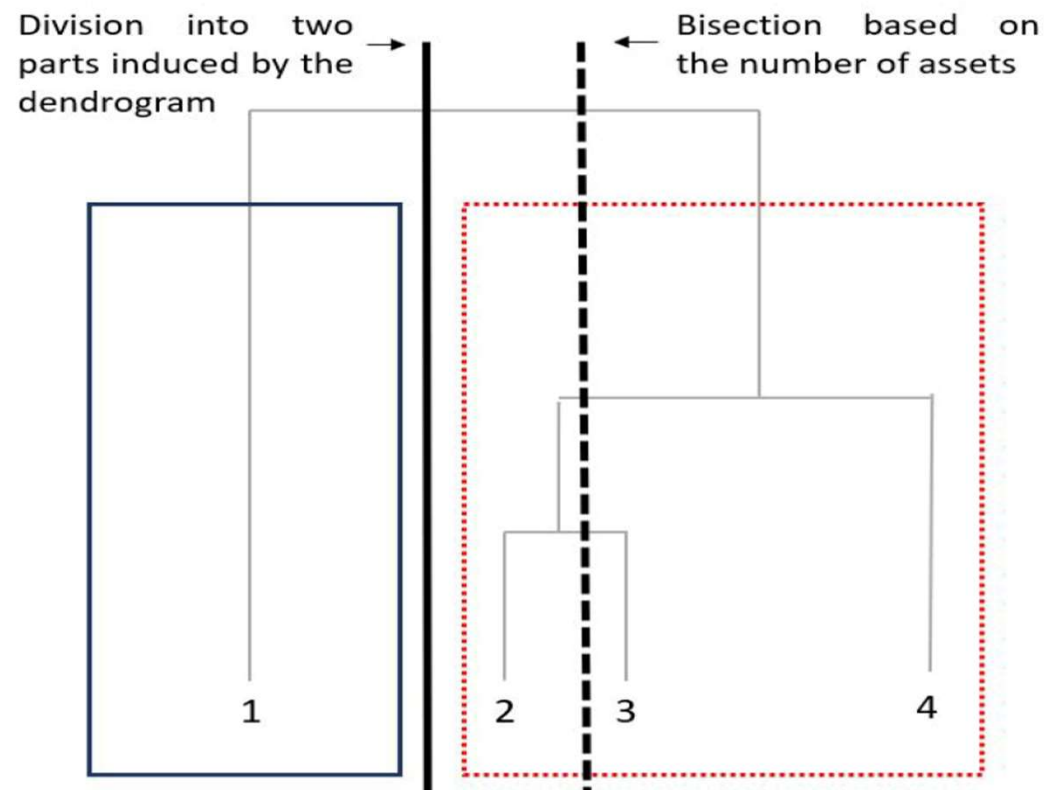
HRP [Hierarchical Risk Parity]



¿De dónde salía la ordenación de activos?

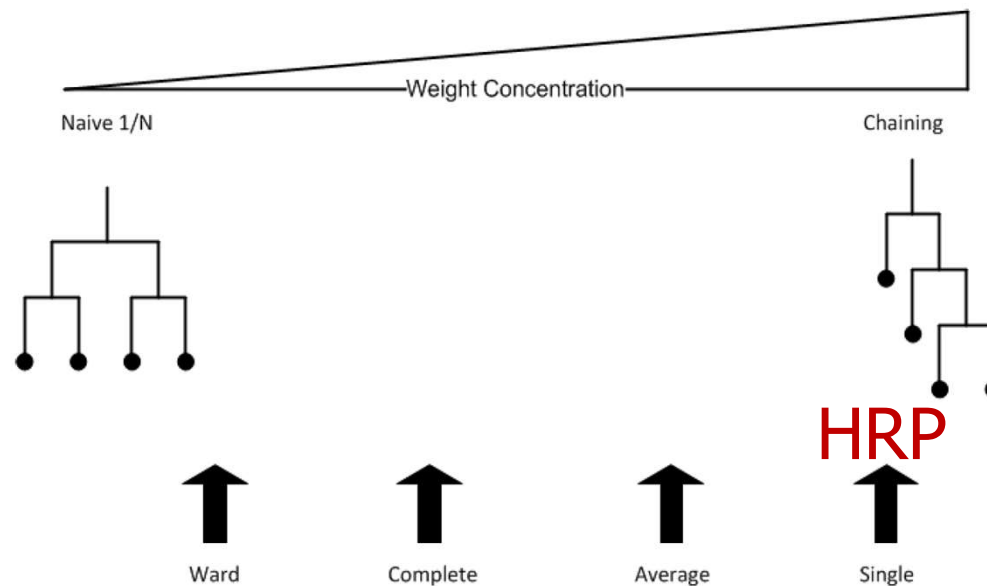
De un proceso de agrupamiento jerárquico...

... que luego no se respeta al asignar pesos a activos.



HRP [Hierarchical Risk Parity]

De hecho, podríamos utilizar otras variantes de algoritmos de agrupamiento [clustering] para obtener resultados diferentes.



MÁS INFORMACIÓN

Métodos de agrupamiento, Tratamiento Inteligente de Datos, Máster en Ingeniería Informática,
<https://elvex.ugr.es/decsai/computational-intelligence/>



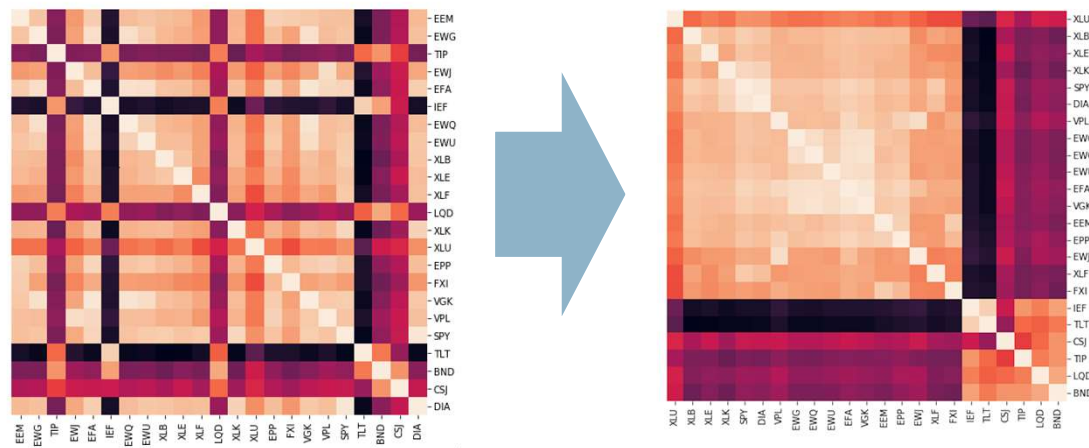
HRP [Hierarchical Risk Parity]



El algoritmo completo HRP

1. Agrupamiento jerárquico
2. Cuasi-diagonalización ("seriación" de la matriz)
3. Bisección recursiva (divide y vencerás)

La cuasi-diagonalización no es más que un proceso de "seriación" que reorganiza los datos para mostrar claramente los agrupamientos:



HRP [Hierarchical Risk Parity]



El algoritmo completo HRP

Agrupamiento jerárquico

- Dados los retornos históricos de los distintos activos considerados, calculamos su correlación ρ_{ij} .
- Convertimos la matriz de correlación en una matriz de distancias: $D_{ij} = \sqrt{0.5 * (1 - \rho_{ij})}$
- Otra matriz de distancias que nos indica la similitud de cada par de activos con el resto de la cartera:

$$\overline{D}_{ij} = \sqrt{\sum_k (D_{ki} - D_{kj})^2}$$

- Agrupamos jerárquicamente usando \overline{D}_{ij}



Resultados experimentales



Cartera	% CSPX	% XLK	% GOVT	% GLD	Retorno	Max.DD	Volatility	Sharpe	Sortino
S&P500	-	-	-	-	158%	-33.92%	17.73%	1.974	2.683
Momento	-	-	-	-	197%	-34.00%	21.30%	1.944	2.700
1/N	25%	25%	25%	25%	164%	-19.61%	9.32%	3.397	4.680
1/Vol	19%	13%	46%	22%	97%	-17.09%	6.86%	3.191	4.551
IVP	12%	6%	67%	22%	61%	-16.71%	6.43%	2.415	3.653
MPT Risk	14%	0%	55%	31%	51%	-16.53%	6.63%	2.041	3.003
MPT Sharpe	23%	27%	28%	22%	164%	-19.95%	9.31%	3.403	4.693
HRP	10%	5%	69%	16%	49%	-16.43%	5.85%	2.199	3.412



Más problemas...



Pension Funds Should Never Rely on Correlation

Ronald Lagnado[†]

Nassim Nicholas Taleb^{*† ‡}

[†]Universa Investments

[‡]Tandon School of Engineering, New York University

INTRODUCTION/ABSTRACT

The central decision for a pension fund is the allocation between stocks and bonds, often relying, for intellectual backup, on metrics and methods from Modern Portfolio Theory (MPT). We show how, historically, such an "optimal" portfolio is in effect the *least* optimal one, as it fails to protect against tail risk and under-allocates to the high-returning asset class. MPT fails in both risk control and real-world investment optimization.



Comment 1: First Fallacy of MPT

Future returns and correlation —the two central parameters in MPT— are not observable in the real world.

Comment 2: Second Fallacy of MPT

Volatility of returns (as expressed in portfolio standard deviation) does not map to risk.

Comment 3: Correlation and association

Correlation, even if predictable (it's not), is a poor measure of association between nonGaussian variables or in the presence of nonlinear dependence.

